

[2021]

Zadanie 6. (0–3)

Niech $\log_2 18 = c$. Wykaż, że $\log_3 4 = \frac{4}{c-1}$.

[2021 Próbny]

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_2 9$ jest równa

- A. $\frac{1}{\log_3 4}$ B. $\log_3 4$ C. $\frac{1}{\log_3 \sqrt{2}}$ D. $\log_3 \sqrt{2}$

[2020]

Zadanie 3. (3 pkt)

Liczby dodatnie a i b spełniają równość $a^2 + 2a = 4b^2 + 4b$. Wykaż, że $a = 2b$.

[2020 Próbny]

Zadanie 1. (0–1)

Niech $L = \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \log_2 \sqrt{3} \cdot \log_{\sqrt{3}} 4$. Wtedy

- A. $L = 1$ B. $L = 2$ C. $L = 3$ D. $L = 4$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$ jest równa

- A. 1 B. -1 C. $3-2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}+1$

[2019]

Zadanie 2. (3 pkt)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y , takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej a prawdziwa jest nierówność $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$.

Zadanie 1. (0–1)

Dla dowolnych liczb $x > 0$, $x \neq 1$, $y > 0$, $y \neq 1$ wartość wyrażenia $(\log_{\frac{1}{x}} y) \cdot (\log_{\frac{1}{y}} x)$ jest równa

- A. $x \cdot y$ B. $\frac{1}{x \cdot y}$ C. -1 D. 1

[2018]

Zadanie 6. (3 pkt)

Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i dla każdej liczby całkowitej m liczba $k^3 m - km^3$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 1. (0–1)

Dane są liczby: $a = \frac{\sqrt[4]{8}}{2}$, $b = \frac{1}{2\sqrt[4]{8}}$, $c = \sqrt[4]{8}$, $d = \frac{2}{\sqrt[4]{8}}$ oraz $k = 2^{-\frac{1}{4}}$. Prawdziwa jest równość

- A. $k = a$ B. $k = b$ C. $k = c$ D. $k = d$

Zadanie 3. (0–1)

Wartość wyrażenia $2 \log_5 10 - \frac{1}{\log_{20} 5}$ jest równa

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

[2017]

Zadanie 5. (3 pkt)

Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^2 y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0$.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}})^2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

[2016]

Zadanie 1. (3 pkt)

Niech $\log_7 4 = a$. Wyznacz $\log_{\sqrt{2}} 49$ w zależności od a .

Zadanie 7. (3 pkt)

Reszta z dzielenia liczby naturalnej a przez 6 jest równa 1. Reszta z dzielenia liczby naturalnej b przez 6 jest równa 5. Uzasadnij, że liczba $a^2 - b^2$ jest podzielna przez 24.

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x i y takich, że $x^2 + y^2 = 2$, prawdziwa jest nierówność $x + y \leq 2$.

Zadanie 1. (0–1)

W rozwinięciu wyrażenia $(2\sqrt{3}x + 4y)^3$ współczynnik przy iloczynie xy^2 jest równy

- A. $32\sqrt{3}$ B. 48 C. $96\sqrt{3}$ D. 144

[2015]

Zadanie 3. (0-1)

Liczba $(3 - 2\sqrt{3})^3$ jest równa

- A. $27 - 24\sqrt{3}$ B. $27 - 30\sqrt{3}$ C. $135 - 78\sqrt{3}$ D. $135 - 30\sqrt{3}$