UNIWERSYTET IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

Studenckie Interdyscyplinarne Koło Naukowe Dydaktyki Matematyki
Wydziału Matematyki i Informatyki
Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

LOGIKA MATEMATYCZNA

Na podstawie materiałów
opracowanych przez:
Katarzynę Proniewicz
Agnieszkę Kuklę
Marlenę Fila

Zdanie w sensie logicznym:

Możemy jednoznacznie określić **wartość logiczną.**

Musi być to zdanie **orzekające**,

które jest **prawdziwe** 1 lub **fałszywe** 0 .

Spójniki logiczne

Alternatywa (lub)

p	q	p v q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Implikacja (Jeżeli... to...)

p	q	p => q
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Koniunkcja (i)

p	q	p ^ q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Równoważność (Wtedy i tylko wtedy, gdy...)

p	q	p <=> q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Negacja (Nieprawda, że...)

p	~ p
0	1
1	0

Minor

Schemat logiczny zdań

Zmienne zdaniowe połączone spójnikami logicznymi.

Tautologie

- Tautologia - zawsze wartość 1
- Kontrtautologia – zawsze wartość 0
- Formuły syntetyczne - pozostałe

Tautologie

- Tautologia - zawsze wartość 1
- Kontrtautologia – zawsze wartość 0
- Formuły syntetyczne - pozostałe

Tabela zerojedynkowa dla formuły $p \vee q \to \neg r$:

p	q	r	$\neg r$	$p \vee q$	$p \vee q \to \neg r$
1	1	1			
1	1	0			
1	0	1			
1	0	0			
0	1	1			
0	1	0			
0	0	1			
0	0	0			

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Przykłady:

a. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$ to w notacji polskiej CCpqCCqrCpr
b. $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$ to w notacji polskiej CCNppp
c. $p \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$ to w notacji polskiej CpCNpq

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

$NApq \qquad \neg(p \vee q)$

$ANpq \qquad \neg p \vee q$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

$$NApq \qquad \neg(p \vee q)$$

$$ANpq \qquad (\neg p) \vee q$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee q)) \boxed{\leftrightarrow} (\neg p \wedge q)$$

E

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\boxed{(\neg}(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

EN

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \boxed{\vee} q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

ENA

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

ENAp

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee \boxed{q})) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

ENApq

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \boxed{\wedge} q)$$

ENApqK

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\boxed{\neg p} \wedge q)$$

ENApqKNp

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$(\neg(p \vee q)) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$$

ENApqKNpq

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \vee q \rightarrow r \wedge s)$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\boxed{\neg}(p \vee q \rightarrow r \wedge s)$$

N

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \vee q \boxed{\rightarrow} r \wedge s)$$

NC

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \boxed{\vee} q \to r \wedge s)$$

NCA

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \vee q \rightarrow r \wedge s)$$

NCAp

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \vee \boxed{q} \to r \wedge s)$$

NCApq

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \lor q \to r \boxed{\land} s)$$

NCApqK

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \vee q \rightarrow \boxed{r} \wedge s)$$

NCApqKr

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 5
Zapisz w notacji Łukasiewicza schematy logiczne zdań.

$$\neg(p \vee q \rightarrow r \wedge \boxed{s)}$$

NCApqKrs

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$\neg\ (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$\neg (\qquad \wedge \qquad)$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$\neg (\quad \vee \quad \wedge \quad)$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$\neg (\neg \quad \vee \quad \wedge \quad)$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg (\quad \neg \quad p \quad \vee \qquad\qquad\qquad\qquad \wedge \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg (\neg p \vee \neg \qquad \wedge \qquad)$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg (\neg p \vee \neg p \quad \wedge \qquad\qquad\qquad)$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg((\neg p \vee \neg p) \wedge \neg(\qquad))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg\ ((\neg\ p \quad \vee \quad \neg \quad p\ ) \quad \wedge \neg\ (\qquad\qquad \leftrightarrow \qquad\qquad))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg\ ((\neg\ \ p\ \ \vee\ \ \neg\ \ p\ )\ \wedge \neg\ (\qquad \vee \qquad \leftrightarrow \qquad\qquad))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg\,((\neg\; p \;\vee\; \neg\; p\,)\;\wedge\neg\,(\;q\;\vee\qquad\leftrightarrow\qquad))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg\, ((\neg\ p \quad \vee \quad \neg \quad p\ ) \quad \wedge \neg\, (\quad q \quad \vee \neg \qquad \leftrightarrow \qquad\qquad))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg\, ((\neg\ p \quad \vee \quad \neg \quad p\ ) \quad \wedge \neg\, (\quad q \quad \vee \neg\ s \quad \leftrightarrow \qquad\qquad\qquad))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg ((\neg p \lor \neg p) \land \neg (q \lor \neg s \leftrightarrow \neg (\quad)))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg ((\neg \; p \quad \vee \quad \neg \quad p \;) \quad \wedge \neg (\quad q \quad \vee \neg \; s \quad \leftrightarrow \neg (\qquad \vee \qquad)))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg ((\neg \quad p \quad \vee \quad \neg \quad p \ ) \quad \wedge \neg (\quad q \quad \vee \neg \ s \quad \leftrightarrow \neg (\ p \ \vee \qquad)))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

NKANpNpNEAqNsNApq

$$\neg((\neg p \vee \neg p) \wedge \neg(q \vee \neg s \leftrightarrow \neg(p \vee q)))$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

CANqsNKpNq

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

CANqsNKpNq

$$(\neg q \vee s) \rightarrow \neg(p \wedge \neg q)$$

Notacja Łukasiewicza

N – negacja (Np, 'nieprawda że p')
C – implikacja (Cpq, 'jeżeli p to q')
A – alternatywa (Apq, 'p lub q')
K – koniunkcja (Kpq, 'p i q')
E – równoważność (Epq, 'p wtedy, i tylko wtedy gdy q')

Zadanie 6
Zapisz w postaci ogólnej.

CANqsNKpNq

$$(\neg q \vee s) \rightarrow \neg(p \wedge \neg q)$$

Alternatywa i koniunkcja wiążą mocniej niż implikacja, więc można pominąć nawiasy.

Metody dowodowe

Trójkąt jest prostokątny **wtedy i tylko wtedy**, gdy kwadrat długości najdłuższego boku jest równy sumie kwadratów dwóch pozostałych boków.

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

Metody dowodowe

Dowód **wprost** i dowód **nie wprost**

Metody dowodowe

Dowód **wprost** i dowód **nie wprost**

Prawo kontrapozycji

$$(p \to q) \leftrightarrow (\neg q \to \neg p)$$

Metody dowodowe – niewymierność √2

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych

Metody dowodowe – niewymierność √2

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych (zauważmy, że jest to liczba dodatnia). Wowczas otrzymujemy kolejno

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

Metody dowodowe – niewymierność √2

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych (zauważmy, że jest to liczba dodatnia). Wowczas otrzymujemy kolejno

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

Metody dowodowe – niewymierność √2

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych (zauważmy, że jest to liczba dodatnia). Wowczas otrzymujemy kolejno

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$2n^2 = m^2 \,.$$

Metody dowodowe – niewymierność √2

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych (zauważmy, że jest to liczba dodatnia). Wowczas otrzymujemy kolejno

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$2n^2 = m^2 \,.$$

Stąd wynika, że liczba m^2 jest parzysta, a co za tym idzie, liczba m jest parzysta.

Metody dowodowe – niewymierność √2

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych (zauważmy, że jest to liczba dodatnia). Wowczas otrzymujemy kolejno

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n}$$

$$2 = \frac{m^2}{n^2}$$

$$2n^2 = m^2 .$$

Stąd wynika, że liczba m^2 jest parzysta, a co za tym idzie, liczba m jest parzysta. Podstawiając $m = 2k$ otrzymujemy

$$2n^2 = (2k)^2$$

$$n^2 = 2k^2 ,$$

co z kolei prowadzi do wniosku, że liczba n jest parzysta.

Metody dowodowe – niewymierność $\sqrt{2}$

Przeprowadzimy dowód nie wprost. Załóżmy, że liczba $\sqrt{2}$ jest wymierna i niech m/n będzie jej przedstawieniem w postaci ilorazu **względnie pierwszych** liczb naturalnych

Zatem obie liczby m, n są parzyste, co stoi w sprzeczności z założeniem, że liczby te są względnie pierwsze. Otrzymana sprzeczność dowodzi, że liczba $\sqrt{2}$ nie jest liczbą wymierną.

Metody dowodowe

Metoda indukcji matematycznej

Zasada indukcji „działa” **tylko** dla twierdzeń traktujących o **liczbach naturalnych.**

Metody dowodowe

Należy dowieść

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{dla wszystkich } n \in \mathbb{N}.$$

Metody dowodowe

Należy dowieść

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{dla wszystkich } n \in \mathbb{N}.$$

- $1 = \frac{1(1+1)}{2}$, a więc wzór jest prawdziwy dla $n = 1$.
- Czyniąc założenie (hipotezę indukcyjną) $1 + 2 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}$ należy upewnić się, że $1 + 2 + \cdots + k + (k+1) = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$.

Metody dowodowe

Należy dowieść

$$1+2+\cdots+n=\tfrac{n(n+1)}{2} \quad \text{dla wszystkich } n\in\mathbb{N}.$$

- $1=\tfrac{1(1+1)}{2}$, a więc wzór jest prawdziwy dla $n=1$.
- Czyniąc założenie (hipotezę indukcyjną) $1+2+\cdots+k=\tfrac{k(k+1)}{2}$ należy upewnić się, że $1+2+\cdots+k+(k+1)=\tfrac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$.

$$\begin{aligned}1+2+\cdots+k+(k+1)&=\tfrac{k(k+1)}{2}+(k+1) && \text{(hipoteza ind.)}\\ &=(\tfrac{k}{2}+1)(k+1) && ,\\ &=\tfrac{(k+1)(k+2)}{2},\end{aligned}$$

a więc wzór jest prawdziwy dla $n=k+1$, o ile tylko jest prawdziwy dla $n=k$.

Metody dowodowe

Należy dowieść

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{dla wszystkich } n \in \mathbb{N}.$$

- $1 = \frac{1(1+1)}{2}$, a więc wzór jest prawdziwy dla $n = 1$.
- Czyniąc założenie (hipotezę indukcyjną) $1 + 2 + \cdots + k = \frac{k(k+1)}{2}$ należy upewnić się, że $1 + 2 + \cdots + k + (k+1) = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + \cdots + k + (k+1) &= \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) \qquad \text{(hipoteza ind.)} \\ &= \left(\frac{k}{2} + 1\right)(k+1) \qquad , \\ &= \frac{(k+1)(k+2)}{2}, \end{aligned}$$

a więc wzór jest prawdziwy dla $n = k + 1$, o ile tylko jest prawdziwy dla $n = k$.

Na mocy zasady indukcji matematycznej

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{dla wszystkich } n \in \mathbb{N}.$$

Dziękuję za uwagę

Przypomnijcie mi o ankietach

Opracowała:
Aleksandra Klimczak