

# ROZGRZEWKĄ Z MATMY!

Logika  
Alicja Adamczyk  
StuDMat



- Zdaniem w sensie logicznym nazywamy wyrażenia, które jest *prawdziwe* lub *fałszywe*.
- Prawda i fałsz to wartości logiczne. Prawdę oznaczamy symbolem *1*, a fałsz symbolem *0*.
- Zmienne zdaniowe *p, q, r, s* reprezentują dowolne zdania.
- Spójniki logiczne są *ekstensjonalne*, czyli wartość logiczna zdania, która zawiera spójniki logiczne zależy wyłącznie od wartości logicznych zdań składowych *p, q, r, s*.
- Język logiki jest językiem sztucznym i powstaje z uproszczenia mowy potocznej.

Język logiki zawiera zmienne i spójniki oraz nawiasy.  
W logice łączymy spójniki:

*nieprawda, że*  $\neg$  (*negacja*)

*i*  $\wedge$  (*koniunkcja*),

*lub*  $\vee$  (*alternatywa*)

*jeśli ..., to*  $\rightarrow$  (*implikacja*),

*wtedy i tylko wtedy, gdy ...*  $\Leftrightarrow$

(*równoważność*)

WIAZANIA WAŻNOŚCI:

$\neg$

$\forall \wedge$

$\rightarrow \Leftrightarrow$

# 1. Zapisywanie zdań

Jeśli zdam egzamin, to zdam egzamin.

# 1. Zapisywanie zdań

Jeśli zdam egzamin, to zdam egzamin.

*p*

*p*

# 1. Zapisywanie zdań

Jeśli zdam egzamin, to zdam egzamin.

$p$

$p$

$p \rightarrow p$

# 1. Zapisywanie zdań

Jeśli zdam egzamin, to zdam egzamin.

$p$

$p$

$p \rightarrow p$

Jeśli myślisz jasno, to nieprawda, że nie potrafisz jasno wyrazić swoich myśli.

# 1. Zapisywanie zdań

Jeśli zdam egzamin, to zdam egzamin.

$p$

$p$

$p \rightarrow p$

Jeśli myślisz jasno, to nieprawda, że nie potrafisz jasno wyrazić swoich myśli.

$p$

$q$



# 1. Zapisywanie zdań

Jeśli zdam egzamin, to zdam egzamin.

$p$

$p$

$p \rightarrow p$

Jeśli myślisz jasno, to nieprawda, że nie potrafisz jasno wyrazić swoich myśli.

$p$

$q$

$p \rightarrow \neg(\neg q)$

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

p

q

r

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

$p$

$q$

$r$

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

$p$

$q$

$r$

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Dostaniesz czekoladę wtedy i tylko wtedy, gdy będziesz grzeczny i posprzątasz swój pokój.

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

p

q

r

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Dostaniesz czekoladę wtedy i tylko wtedy, gdy będziesz grzeczny i posprządasz swój pokój.

p

q

r

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

p

q

r

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Dostaniesz czekoladę wtedy i tylko wtedy, gdy będziesz grzeczny i posprzątasz swój pokój.

p

q

r

$$p \Leftrightarrow (q \wedge r)$$

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

p

q

r

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Dostaniesz czekoladę wtedy i tylko wtedy, gdy będziesz grzeczny i posprzątasz swój pokój.

p

q

r

$$p \Leftrightarrow (q \wedge r)$$

Skończę studia i zostanę nauczycielem lub założę firmę komputerową.



Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

p

q

r

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Dostaniesz czekoladę wtedy i tylko wtedy, gdy będziesz grzeczny i posprzątasz swój pokój.

p

q

r

$$p \Leftrightarrow (q \wedge r)$$

Skończę studia i zostanę nauczycielem lub założę firmę komputerową.

p

q

r

Polubisz logikę i uznasz ją za łatwą, jeśli nie masz uprzedzeń.

p

q

r

$$\neg r \rightarrow (p \wedge q)$$

Dostaniesz czekoladę wtedy i tylko wtedy, gdy będziesz grzeczny i posprzątasz swój pokój.

p

q

r

$$p \Leftrightarrow (q \wedge r)$$

Skończę studia i zostanę nauczycielem lub założę firmę komputerową.

p

q

r

$$p \wedge q \vee r$$

$$(p \wedge q) \vee r$$

$$p \wedge (q \vee r)$$

Wieloznaczność zdaniowa

# Tablice prawdziwościowe spójników

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \wedge q</math></b>	<b><math>p \vee q</math></b>	<b><math>p \rightarrow q</math></b>	<b><math>p \Leftrightarrow q</math></b>
1	1	<b>1</b>	1	1	<b>1</b>
1	0	0	1	<b>0</b>	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	<b>0</b>	1	<b>1</b>

<b><math>p</math></b>	<b><math>\neg p</math></b>
1	0
0	1

# TAUTOLOGIA

Def. *Tautologią* rachunku zdań nazywamy formułę, która przyjmuje wartość logiczną **1** dla każdego wartościowania zmiennych występujących w tej formule.

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

- $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$			
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$		
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$		
1	1	1		
1	0	0		
0	1	1		
0	0	1		



## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	
1	1	1		
1	0	0		
0	1	1		
0	0	1		

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	
1	1	1	1	
1	0	0	0	
0	1	1	0	
0	0	1	0	

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
1	1	1	1	
1	0	0	0	
0	1	1	0	
0	0	1	0	

## 2. Badanie prawdziwości formuły za pomocą tabelki.

◦  $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
1	1	1	1	<b>1</b>
1	0	0	0	<b>1</b>
0	1	1	0	<b>1</b>
0	0	1	0	<b>1</b>

**tautologia**

$$\circ p \vee (q \wedge r) \rightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$\circ [p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$$



◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$						
1	1							
1	1							
1	0							
1	0							
0	1							
0	1							
0	0							
0	0							



◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$						
1	1	1						
1	1	0						
1	0	1						
1	0	0						
0	1	1						
0	1	0						
0	0	1						
0	0	0						

◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$					
1	1	1						
1	1	0						
1	0	1						
1	0	0						
0	1	1						
0	1	0						
0	0	1						
0	0	0						

◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$					
1	1	1	1					
1	1	0	0					
1	0	1	0					
1	0	0	0					
0	1	1	1					
0	1	0	0					
0	0	1	0					
0	0	0	0					

◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$				
1	1	1	1					
1	1	0	0					
1	0	1	0					
1	0	0	0					
0	1	1	1					
0	1	0	0					
0	0	1	0					
0	0	0	0					

◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$				
1	1	1	1	1				
1	1	0	0	1				
1	0	1	0	1				
1	0	0	0	1				
0	1	1	1	1				
0	1	0	0	1				
0	0	1	0	0				
0	0	0	0	0				

◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$		
1	1	1	1	1				
1	1	0	0	1				
1	0	1	0	1				
1	0	0	0	1				
0	1	1	1	1				
0	1	0	0	0				
0	0	1	0	0				
0	0	0	0	0				











◦  $[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	$[p \vee (q \wedge r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1

tautologia

Def. Schemat wnioskowania  $\frac{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n}{\varphi}$  jest *niezawodny* wtedy i tylko wtedy, gdy formuła  $[\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \dots \wedge \varphi_n] \rightarrow \varphi$  jest tautologią.

### 3. Badanie niezawodności schematów wnioskowań.

Jeśli wiesz, że umarłeś, to umarłeś. Jeśli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś.  
Nie wiesz, że umarłeś.

### 3. Badanie niezawodności schematów wnioskowań.

Jeśli wiesz, że umarłeś, to umarłeś.

$\varphi_1$

Jeśli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś.

$\varphi_2$

$\varphi_1 \wedge \varphi_2 \rightarrow \varphi$

Nie wiesz, że umarłeś.

$\varphi$

### 3. Badanie niezawodności schematów wnioskowań.

Jeśli wiesz, że umarłeś, to umarłeś.

$p$

$q$

Jeśli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś.

$\varphi_1: p \rightarrow q$

$\varphi_2:$

---

Nie wiesz, że umarłeś.

---

$\varphi:$

### 3. Badanie niezawodności schematów wnioskowań.

Jeśli wiesz, że umarłeś, to umarłeś.

$p$

$q$

Jeśli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś.

$p$

$\neg q$

---

Nie wiesz, że umarłeś.

$\varphi_1: p \rightarrow q$

$\varphi_2: p \rightarrow \neg q$

---

$\varphi:$



### 3. Badanie niezawodności schematów wnioskowań.

Jeśli wiesz, że umarłeś, to umarłeś.

$p$

$q$

Jeśli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś.

$p$

$\neg q$

---

Nie wiesz, że umarłeś.

$\neg p$

$\varphi_1: p \rightarrow q$

$\varphi_2: p \rightarrow \neg q$

---

$\varphi: \neg p$

### 3. Badanie niezawodności schematów wnioskowań.

Jeśli wiesz, że umarłeś, to umarłeś.

$p$

$q$

Jeśli wiesz, że umarłeś, to nie umarłeś.

$p$

$\neg q$

---

Nie wiesz, że umarłeś.

$\neg p$

$\varphi_1: p \rightarrow q$

$\varphi_2: p \rightarrow \neg q$

---

$\varphi: \neg p$

$\varphi_1 \wedge \varphi_2 \rightarrow \varphi$

$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$					
1	1						
1	0						
0	1						
0	0						

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$					
1	1	1					
1	0	0					
0	1	1					
0	0	1					

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$				
1	1	1					
1	0	0					
0	1	1					
0	0	1					

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$				
1	1	1	0				
1	0	0	1				
0	1	1	0				
0	0	1	1				

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$			
1	1	1	0				
1	0	0	1				
0	1	1	0				
0	0	1	1				



$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$			
1	1	1	0	0			
1	0	0	1	1			
0	1	1	0	1			
0	0	1	1	1			

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$		
1	1	1	0	0			
1	0	0	1	1			
0	1	1	0	1			
0	0	1	1	1			

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$		
1	1	1	0	0	0		
1	0	0	1	1	0		
0	1	1	0	1	1		
0	0	1	1	1	1		

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$	$\neg p$	
1	1	1	0	0	0		
1	0	0	1	1	0		
0	1	1	0	1	1		
0	0	1	1	1	1		

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$	$\neg p$	
1	1	1	0	0	0	0	
1	0	0	1	1	0	0	
0	1	1	0	1	1	1	
0	0	1	1	1	1	1	

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$	$\neg p$	$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$
1	1	1	0	0	0	0	
1	0	0	1	1	0	0	
0	1	1	0	1	1	1	
0	0	1	1	1	1	1	

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$$

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$p \rightarrow \neg q$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$	$\neg p$	$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$
1	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1

tautologia

wnioskowanie niezawodne

Jeśli ktoś wygrywa wojnę, to chodzi w chwale. Jeśli ktoś wygrywa wojnę i zdobywa łupy, to chodzi w chwale.



Jeśli ktoś wygrywa wojnę, to chodzi w chwale.

$\varphi_1$

Jeśli ktoś wygrywa wojnę i zdobywa łupy, to chodzi w chwale.

$\varphi$

Jeśli ktos wygrywa wojnę, to chodzi w chwale.

$p$

$q$

$\varphi_1: p \rightarrow q$

---

Jeśli ktoś wygrywa wojnę i zdobywa łupy, to chodzi w chwale.

---

$\varphi:$

Jeśli ktos wygrywa wojnę, to chodzi w chwale.

$p$

$q$

$\varphi_1: p \rightarrow q$

---

Jeśli ktos wygrywa wojnę i zdobywa łupy, to chodzi w chwale.

$p$

$r$

$q$

---

$\varphi: (p \wedge r) \rightarrow q$

Jeśli ktos wygrywa wojnę, to chodzi w chwale.

$p$

$q$

$\varphi_1: p \rightarrow q$

---

Jeśli ktos wygrywa wojnę i zdobywa łupy, to chodzi w chwale.

$p$

$r$

$q$

---

$\varphi: (p \wedge r) \rightarrow q$

$\varphi_1 \rightarrow \varphi$

$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$			
1	1	1				
1	1	0				
1	0	1				
1	0	0				
0	1	1				
0	1	0				
0	0	1				
0	0	0				

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$			
1	1	1	1			
1	1	0	1			
1	0	1	0			
1	0	0	0			
0	1	1	1			
0	1	0	1			
0	0	1	1			
0	0	0	1			

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$p \wedge r$		
1	1	1	1			
1	1	0	1			
1	0	1	0			
1	0	0	0			
0	1	1	1			
0	1	0	1			
0	0	1	1			
0	0	0	1			

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$p \wedge r$		
1	1	1	1	1		
1	1	0	1	0		
1	0	1	0	1		
1	0	0	0	0		
0	1	1	1	0		
0	1	0	1	0		
0	0	1	1	0		
0	0	0	1	0		



$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$p \wedge r$	$(p \wedge r) \rightarrow q$	
1	1	1	1	1		
1	1	0	1	0		
1	0	1	0	1		
1	0	0	0	0		
0	1	1	1	0		
0	1	0	1	0		
0	0	1	1	0		
0	0	0	1	0		

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$p \wedge r$	$(p \wedge r) \rightarrow q$	
1	1	1	1	1	1	
1	1	0	1	0	1	
1	0	1	0	1	0	
1	0	0	0	0	1	
0	1	1	1	0	1	
0	1	0	1	0	1	
0	0	1	1	0	1	
0	0	0	1	0	1	

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$p \wedge r$	$(p \wedge r) \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$
1	1	1	1	1	1	
1	1	0	1	0	1	
1	0	1	0	1	0	
1	0	0	0	0	1	
0	1	1	1	0	1	
0	1	0	1	0	1	
0	0	1	1	0	1	
0	0	0	1	0	1	

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$$

$p$	$q$	$r$	$p \rightarrow q$	$p \wedge r$	$(p \wedge r) \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1

tautologia

Wnioskowanie niezawodne



# SKRÓCONA METODA ZERO-JEDYNKOWA

Zakładamy, że formuła nie jest tautologią i dowodzimy sprzeczności założeń.

## 4. Sprawdzanie tautologii przy użyciu skróconej metody zero-jedynkowej

$$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

## 4. Sprawdzanie tautologii przy użyciu skróconej metody zero-jedynkowej

$$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

0

## 4. Sprawdzanie tautologii przy użyciu skróconej metody zero-jedynkowej

$$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

0

1

0



## 4. Sprawdzanie tautologii przy użyciu skróconej metody zero-jedynkowej

$$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

0

1

0

$$p = 1, q = 1$$

## 4. Sprawdzanie tautologii przy użyciu skróconej metody zero-jedynkowej

$$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

1

0

0

$$p = 1, q = 1$$



## 4. Sprawdzanie tautologii przy użyciu skróconej metody zero-jedynkowej

$$\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$$

$$\begin{array}{cc} & 0 \\ \begin{array}{c} 1 \\ \\ 0 \end{array} & 0 \\ & p = 1, q = 1 \end{array}$$

sprzeczność  $\rightarrow$  tautologia

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

1

0

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

1

0

1

0



$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

1

0

1

0

$q = 1$

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

1

0

1

0

$p = 1, r = 0$

$q = 1$

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

1

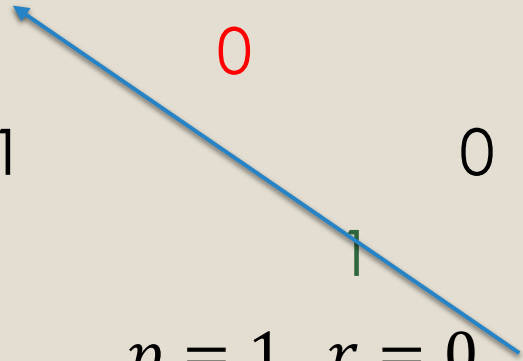
0

1

0

$p = 1, r = 0$

$q = 1$



$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

1

0

0

1

0

$$p = 1, r = 0$$

$$q = 1$$

$$(1 \wedge 1) \rightarrow 0$$

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0

1

0

1

0

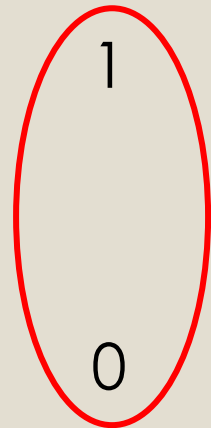
$$p = 1, r = 0 \quad q = 1$$

$$(1 \wedge 1) \rightarrow 0$$

0

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r \rightarrow \neg q)$$

0



0

1

0

$p = 1, r = 0$

$q = 1$

sprzeczność  $\rightarrow$  tautologia

$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

1

0



$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

1

0

a)  $p = 0$



$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

1

0

a)  $p = 0$

$((0 \wedge q)) = 0$

$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

1

0

$$a) p = 0$$

$$((0 \wedge q) = 0$$

$$0 \vee r = 1 \leftrightarrow r = 1$$

$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

1

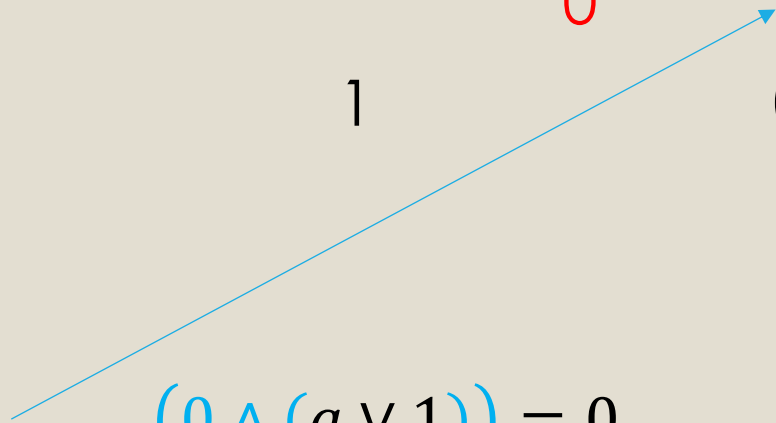
0

a)  $p = 0$

$$((0 \wedge q)) = 0$$

$$0 \vee r = 1 \leftrightarrow r = 1$$

$$(0 \wedge (q \vee 1)) = 0$$



$$((p \wedge q) \vee r) \rightarrow (p \wedge (q \vee r))$$

0

1

0

$$a) p = 0$$

$$((0 \wedge q)) = 0$$

$$0 \vee r = 1 \leftrightarrow r = 1$$

$$(0 \wedge (q \vee 1)) = 0$$

Nie jest tautologią, założenie nie prowadzi do sprzeczności.

$$(p \wedge (q \vee r)) \rightarrow ((p \wedge q) \vee r)$$

0

\* Do samodzielnego sprawdzenia ;)

DZIĘKUJĘ ZA UWAGĘ



Alicja Adamczyk

StuDMat

